

Lista n.1

Exercício 1 Resolva as inequações:

- a) $3x + 3 < x + 6$ b) $\frac{2x - 1}{x + 1} < 0$ c) $x(2x - 1)(x + 1) > 0$
d) $\frac{x - 3}{x^2 + 1} < 0$ e) $(2x - 1)(x^2 - 4) \leq 0$ f) $\frac{x^2 + x + 1}{x - 2} > 3$
g) $x^2 < r^2$, onde $r > 0$ é um real dado. h) $x^2 \geq r^2$, onde $r > 0$ é um real dado.
i) $x^3 - 1 > 0$ j) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 < 0$

Exercício 2 A afirmação: para todo x real, $x \neq 2$,

$$\frac{x^2 + x + 1}{x - 2} > 3 \iff x^2 + x + 1 > 3(x - 2)$$

é falsa ou verdadeira? Justifique.

Exercício 3 A afirmação: quaisquer que sejam os reais x e y ,

$$x < y \iff x^2 < y^2$$

é falsa ou verdadeira? Justifique.

Exercício 4 Resolva as inequações:

- a) $|2x - 1| < 3$ c) $|2x^2 - 1| < 1$ d) $|2x - 3| > 3$
f) $|2x - 1| < x$ g) $|x + 1| < |2x - 1|$

- i) $|x - 3| < x + 1$ l) $|x|x - 1| \geq 2$ m) $\sqrt[3]{|4 - x|(x^2 - x - 2)} > 0$
n) $x^2 + x \geq 2$ o) $\sqrt{\frac{x^2 - x - 2}{8 - x}} \geq 1$ p) $\sqrt{\frac{x^2 - x - 2}{8 - x}} \geq -1$

Exercício 5 a) Determine $r > 0$ de modo que $(4 - r, r + 4) \subset (2, 5)$.

b) Sejam $a < b$ dois reais e $p \in (a, b)$. Determine r de modo que $(p - r, p + r) \subset (a, b)$.

Exercício 6 Prove que para todo $x > 0$, existe pelo menos um natural n tal que $\frac{1}{n} < x$.

Exercício 7 Verifique as identidades.

- (a) $x^2 - a^2 = (x - a)(x + a)$
(b) $x^3 - a^3 = (x - a)(x^2 + ax + a^2)$
(c) $x^5 - a^5 = (x - a)(x^4 + ax^3 + a^2x^2 + a^3x + a^4)$.

Exercício 8 Prove: se para todo ϵ real, $|a - b| < \epsilon$, então $a = b$.

Este resultado é frequentemente utilizado em demonstrações matemáticas.

Exercício 9 A afirmação: "para todo real $x \geq 0$, $x \geq \sqrt{x}$ " é falsa ou verdadeira? Justifique.

GABARITO

Exercício 1 a) $x \in \mathbb{R} : x < \frac{3}{2}$; **b)** $x \in \mathbb{R} : -1 < x < \frac{1}{2}$; **c)** $x \in \mathbb{R} : -1 < x < 0$ ou $x > \frac{1}{2}$; **d)** $\{x \in \mathbb{R} : x < 3\}$;

e) $x \in \mathbb{R} : x \leq -2$ ou $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$; **f)** $\{x \in \mathbb{R} : x > 2\}$; **g)** $\{x \in \mathbb{R} : -r < x < r\}$; **h)** $\{x \in \mathbb{R} : x \leq -r$ ou $x \geq r\}$;

i) $\{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$; **j)** $\{x \in \mathbb{R} : x < -3$ ou $-2 < x < -1\}$.

Exercício 2: FALSA

Exercício 3: FALSA

Exercício 4 a) $-1 < x < 2$; **c)** $-1 < x < 1$ e $x \neq 0$; **d)** $x < 0$ ou $x > 3$; **f)** $\frac{1}{3} < x < 1$;

g) $x < 0$ ou $x > 2$; **i)** $x > 1$;