

## Funções hiperbólicas - exercícios

---

1. Verifique que:

(a) a função  $f(x) = \sinh(x)$  é ímpar

(b) a função  $f(x) = \cosh(x)$  é par

(c)  $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$  (as funções seno e cosseno hiperbólicas satisfazem a equação de uma hipérbole)

(d)  $1 - \tanh^2(x) = \operatorname{sech}^2(x)$

(e)  $\sinh(x + y) = \sinh(x) \cosh(y) + \sinh(y) \cosh(x)$

(f)  $\cosh(x + y) = \cosh(x) \cosh(y) + \sinh(x) \sinh(y)$

2. Esboce o gráfico das funções abaixo determinando seu domínio e (quando possível) sua imagem. Feito isso, diga se são limitadas (superiormente ou inferiormente) e se possuem máximos ou mínimos (globais).

$$a) f(x) = \sinh(x) + \cosh(x) \quad b) f(x) = \begin{cases} \sinh(x) + 1, & \text{se } x < 0 \\ \cosh(x - 1), & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

3. Encontre as assíntotas (horizontais, verticais ou oblíquas) da função

$$f(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}.$$

4. Use o teorema da derivada da função inversa para determinar a derivada das funções inversas das funções seno, cosseno e tangente hiperbólicas: *SetSh*, *SetCh*, *SetTh*.

5. Calcule os limites

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \tanh(x), \quad b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \tanh(x), \quad c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\cosh(x))^{1/\ln(x)}.$$

6. Calcule o polinômio de Taylor de ordem  $n$  (qualquer) em  $p = 0$  das seguintes funções:

$$a) f(x) = \sinh(x) \quad b) f(x) = \cosh(x).$$

7. Use o computador para desenhar os gráficos das funções do exercício anterior junto com seus polinômios de Taylor de ordem 2, 4, 6, 10 e 16. Comente

8. Calcule o polinômio de Taylor de ordem 6 em  $p = 0$  para função  $f(x) = \sin(x) \cosh(x)$ .

9. Calcule o seguinte limite usando oportunos polinômios de Taylor (se possível e necessário):

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(1/x) + \cosh(1/x) - 2}{x^\alpha}$$

10. Calcule

$$a) \int \frac{x^2}{\sqrt{4+x^2}} dx \quad b) \int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^2} dx.$$