

12ª Lista de Exercícios de SMA-301 Cálculo 1

Eugenio Massa

Cálculo de integrais 1

Exercício 1 Calcule (usando formulas de derivação conhecidas ou o significado geométrico)

(a) $\int_{-2}^2 (3s^2 + 2s - 1) ds$ (b) $\int_1^2 \left(x^3 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}\right) dx$ (c) $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} [\cos 2x + \operatorname{sen} 5x] dx$ (d) $\int_0^2 \frac{4}{1+u^2} du$.
(e) $\int_{-1}^1 (1 - |x|) dx$ (f) $\int_1^4 [[x]] dx$ (g) $\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg}^2 x dx$ (h) $\int_{-3}^5 |x| dx$ (i) $\int_0^{\frac{2\pi}{3}} |\cos x| dx$

Exercício 2 Suponha f contínua em $[-1, 1]$. Calcule $\int_0^1 f(2x - 1) dx$ sabendo que $\int_{-1}^1 f(u) du = 10$.

Exercício 3 Suponha f contínua em $[0, 4]$. Calcule $\int_{-2}^2 xf(x^2) dx$.

Exercício 4 Suponha que f'' seja contínua em $[a, b]$. Verifique a identidade abaixo (sugestão: comece integrando por partes).

$$f(b) = f(a) + f'(a)(b - a) + \int_a^b (b - t)f''(t) dt.$$

Exercício 5 Calcule (usando integração por partes)

(a) $\int xe^x dx$ (b) $\int \ln x dx$ (c) $\int \operatorname{arcsen}(x) dx$ (d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \operatorname{sen}(x) dx$ (e) $\int x^4 e^{2x} dx$
(f) $\int e^x \cos x dx$ (g) $\int e^{-x} \cos(2x) dx$ (h) $\int \operatorname{sen} x \operatorname{sen} 3x dx$ (i) $\int x \sec^2 x dx$
(j) $\int \sec^3 x dx$ (Dica: Faça $f(x) = \sec x$ e $g'(x) = \sec^2 x$. Então use a identidade $\tan^2 x = \sec^2 x - 1$ na nova integral.)

Exercício 6 Calcule (usando substituição)

(a) $\int_0^1 xe^{x^2} dx$ (b) $\int_{-1}^0 x(2x + 1)^{50} dx$ (c) $\int_0^1 \frac{x}{(x^2 + 1)^5} dx$ (d) $\int_{-1}^1 x^4(x^5 + 3)^3 dx$
(e) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x(1 - \cos^2 x) dx$ (f) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{sen}^3 x dx$

Exercício 7 Calcule

(a) $\int x^3 \cos(x^4) dx$ (b) $\int_0^x \operatorname{sen}^5 x \cos x dx$ (c) $\int \operatorname{tg} x \sec^2 x dx$ (d) $\int \frac{\sec^2 x}{3 + 2 \operatorname{tg} x} dx$
(e) $\int_{1/2}^x \left(\frac{5}{x-1} + \frac{2}{x}\right) dx$ (f) $\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx$ (g) $\int \frac{1}{x \ln x} dx$ (h) $\int \frac{1}{x} \cos(\ln x) dx$

Exercício 8 Calcule

(a) $\int \left(e^{-x} + \operatorname{sen}(6x) + \frac{2}{x^5}\right) dx$ (b) $\int \left(\sqrt[7]{x^3} + \operatorname{sen} \frac{x}{5}\right) dx$ (c) $\int_0^x \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ (d) $\int 13^x \pi^x dx$
(e) $\int_0^2 x^3 \sqrt{2 + 3x^4} dx$ (f) $\int_{-\pi/3}^{\pi/4} (7 + \operatorname{sen} 5x)^2 dx$ (g!) $\int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \cos x} dx$ (h) $\int \sec x dx$
(i) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \operatorname{sen} 6x \cos 3x dx$ (j) $\int \cos 4x \cos 2x dx$

Exercício 9 Calcule $\int e^{-st} \operatorname{sen}(t) dt$, onde $s > 0$ é constante.

Exercício 10 Calcule as seguintes funções integrais, indicando seu domínio:

(a) $\int_0^x e^{2-5t} dt$ (b) $\int_0^x \frac{1}{8t-3} dt$ (c) $\int_8^{x^2} e^{2t+3} dt$

Exercício 11 (CAEN) Seja $f(x) = \frac{x^4}{8} + \frac{x^{-2}}{4}$, o valor de $\int_1^2 \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$ é:

- (a) $\frac{11}{16}$ (b) $\frac{17}{16}$ (c) 2 (d) $\frac{33}{16}$ (e) $\frac{17}{8}$

Exercício 12 Nos itens abaixo, desenhe o conjunto A dado e calcule sua área:

- (a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 - 1 \leq y \leq 0\}$;
 (b) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq y \leq |\sin x|, 0 \leq x \leq 2\pi\}$.

Exercício 13 Uma partícula desloca-se sobre o eixo $0x$ com velocidade $v(t) = -3t^2 + 8t$, $t \geq 0$. Calcule o espaço percorrido entre os instantes $t = 0$ e $t = 2$.

Exercício 14 Encontre a área limitada pela curva $y = \ln x$, pelo eixo x e pela reta $x = e$.

GABARITO

Exercício 1 (a) 12 (b) $\frac{33}{8} + \ln 2$ (c) $\frac{3\sqrt{3}}{20}$ (d) $4 \arctan 2$

Exercício 5 (a) $x e^x - e^x + C$ (b) $x \ln x - x + C$ (c) $x \arcsen x + \sqrt{1 - x^2} + C$ (d) $\pi - 2$

(e) $\frac{1}{4}(2x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 6x + 3)e^{2x} + C$ (f) $\frac{1}{2}e^x(\sen x + \cos x) + C$

(h) $-\frac{3}{8} \sin x \cos 3x + \frac{1}{8} \cos x \sin 3x + C$ (i) $x \tan(x) + \ln(|\cos(x)|) + C$ (j) $\frac{1}{2} \sec x \tan x + \frac{1}{2} \ln |\sec x + \tan x| + C$

Exercício 6 (a) $\frac{1}{2}e - \frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{102}$ (c) $\frac{15}{128}$ (d) 12 (e) $\frac{3}{8}\sqrt{3}$ (f) $\frac{5}{24}$

Exercício 7 (a) $\frac{1}{4} \sen x^4 + k$ (b) $\frac{1}{6} \sen^6 x$ (c) $\frac{1}{2} \tg^2 x + k$ (d) $\frac{1}{2} \ln |3 + 2 \tg x| + k$ (e) $5 \ln(1 - x) + 2 \ln(x) + 7 \ln(2)$

(f) $\frac{1}{a} \arctg \frac{x}{a} + k$ (g) $\ln |\ln x| + k$ (h) $\sen(\ln x) + k$.

Exercício 10:

(b) $\frac{1}{8} [\ln(3 - 8x) - \ln(3)]$, domínio $(-\infty, 3/8)$.

(c) $\frac{1}{2}(e^{2x^2+3} - e^{19})$, domínio \mathbb{R} .

Exercício 11 (d)

Exercício 12 (a) $\frac{4}{3}$ (b) 4

Exercício 13 8.

Exercício 14 1.