Regra da cadeia, plano tangente, derivada implícita.

---

1. Seja f uma função definida em $\mathbb{R}^2$ por $f(x,y) = xy + e^x$. Seja F uma função definida em $\mathbb{R}^2$ por $F(u,v) = f(u+v, u-v)$. Usando a regra da cadeia calcule $\frac{\partial F}{\partial u}$ e $\frac{\partial F}{\partial v}$.

2. A equação $f(x,y) = (x^2+y^2+2x)^2 - (x^2+y^2) = 0$ define uma curva no plano chamada "limaçon", ver Figura 1.

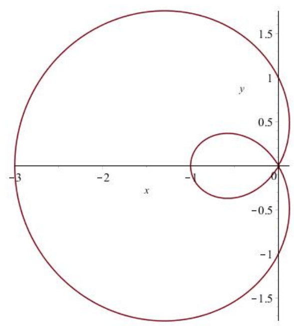

Figura 1: Limaçon ou caracol de Pascal.

   (a) A equação $f(x,y) = 0$ define implicitamente uma função diferenciável $y = g(x)$ no ponto $(0,1)$? Se sim, calcule $\frac{dy}{dx}$ no ponto $x = 0$. [Isto significa que, em torno do ponto $(0,1)$, a limaçon é o gráfico da função $y = g(x)$.]

   (b) A equação $f(x,y) = 0$ define implicitamente uma função diferenciável $y = g(x)$ no ponto $(-1,0)$?
   A equação $f(x,y) = 0$ define implicitamente uma função diferenciável $x = h(y)$ no ponto $(-1,0)$?

   (c) A equação $f(x,y) = 0$ define implicitamente uma função diferenciável $y = g(x)$ ou uma função diferenciável $x = h(y)$ no ponto $(0,0)$?

3. Seja f uma função definida em $\mathbb{R}^2$ por $f(x,y) = 2xy - 3y^2$.

   (a) Encontre o gradiente de f no ponto $\mathbf{p} = (-1,-1)$.

   (b) Encontre a equação do plano tangente a superfície $z = f(x,y)$ no ponto $\mathbf{p}$.

   (c) Encontre equações paramétricas da reta normal a superfície $z = f(x,y)$ no ponto $\mathbf{p}$.