Pela **definição de raiz quadrada (principal)**:

- $\sqrt{x^2} = |x|, \quad$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
- $(\sqrt{x})^2 = x, \quad$ visto que obrigatoriamente já devemos ter $x \geq 0$.

Portanto, é desnecessário escrever $(\sqrt{x})^2 = |x|$. Além disso,

- $\sqrt{a+b} = \sqrt{a+b}, \quad$ *para todos* $a, b \in \mathbb{R}$ *tais que* $a + b \geq 0$,

e portanto,

- $\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{a^2+b^2}, \quad$ *para todos* $a, b \in \mathbb{R}$.

Ainda mais, NUNCA SE DEVE ESCREVER:

$$\sqrt{a^2+b^2} = |a| + |b| \quad (\textit{muito menos} \quad \sqrt{x^2+4} = x + 2),$$

simplesmente porque "a propriedade":

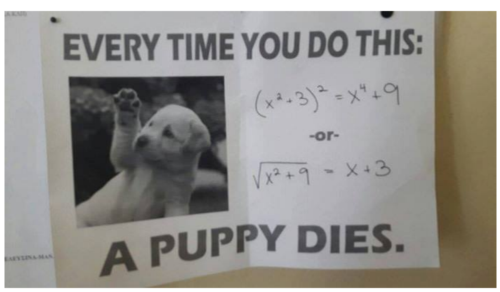
$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

NÃO É VÁLIDA!!![1] Basta ver o simples exemplo:

$$\sqrt{4+9} = \sqrt{13}, \qquad \sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5,$$

e certamente temos $\sqrt{4+9} \neq \sqrt{4} + \sqrt{9}$!!!!!!!!!!!

Lembre-se da "notícia" que já circulou no facebook:



[1] De fato, "a propriedade" é válida (verifique!) se e somente se $a = 0$ ou $b = 0$. Note que nesses casos tem-se $\sqrt{b} = \sqrt{b}$ ou $\sqrt{a} = \sqrt{a}$!!!

Agora,

pela definição de módulo: $\quad NUNCA\ TEMOS \quad |x| < 0.$

E isso é independente do que possa estar escrito "dentro" do módulo!!
Abstraia essa notação "x"! Mantenha sua mente aberta!
Da mesma forma,

pela definição de módulo: $\quad |x| \geq 0, \quad para\ qualquer\ x \in \mathbb{R}.$

E definitivamente é preciso entender a **definição de módulo**!!! que diz:

$a)$ $|x| = x, \quad para\ todo\ x \geq 0$

$b)$ $|x| = -x, \quad para\ todo\ x < 0$

Novamente, a mente deve estar "aberta"!! E quando no lugar de "x" temos qualquer outra expressão, é então o sinal dessa "tal expressão" que precisamos estudar para podermos "eliminar" o módulo. Assim, por exemplo,

$a)$ $|5 - x| = 5 - x, \quad quando\ 5 - x \geq 0,\ ou\ seja,$

$|5 - x| = 5 - x, \quad para\ todo\ x \leq 5$

$b)$ $|5 - x| = -(5 - x), \quad quando\ 5 - x < 0,\ ou\ seja,$

$|5 - x| = -5 + x, \quad para\ todo\ x > 5$

Finalmente, deve ser lembrado que a notação: $x = \pm 3$
significa que ou $x = 3$ ou $x = -3$ (e devemos usar "**ou**" visto que é impossível "x" assumir o valor 3 **e** -3 ao mesmo tempo!). UNIVERSALMENTE NÃO EXISTE significado para as notações:

$$x \geq \pm 3, \qquad x \leq \pm 3$$

e portanto NUNCA DEVEM SER USADAS!!!! [2] Em geral, esse erro aparece em resoluções de exercícios do tipo abaixo, onde o **correto** é:

$$x^2 \geq 9 \iff \sqrt{x^2} \geq \sqrt{9} \iff |x| \geq 3 \iff x \leq -3\ OU\ x \geq 3$$

$$x^2 \leq 9 \iff \sqrt{x^2} \leq \sqrt{9} \iff |x| \leq 3 \iff x \geq -3\ E\ x \leq 3$$

$$x^2 = 9 \iff \sqrt{x^2} = \sqrt{9} \iff |x| = 3 \iff x = -3\ OU\ x = 3$$

[2] Além de não existir, leva a erros! Pela lógica, $x \geq \pm 3$ deveria ser $x \geq 3$ ou $x \geq -3$?? Se essa notação for encontrada na literatura, por favor, me avise!!