
RESUMO DAS TÉCNICAS DE INTEGRAÇÃO:

SUBSTITUIÇÃO (mudança de variável):

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du \Big|_{u=g(x)}, \quad \begin{cases} u = g(x) \\ du = g'(x)dx \end{cases}$$

INTEGRAÇÃO POR PARTES:

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int g(x)f'(x)dx$$

$$\begin{cases} u = f(x) & du = f'(x)dx \\ dv = g'(x)dx & v = g(x) \end{cases}$$

$$\boxed{\int u dv = uv - \int v du}$$

(“Un Día Ví Una Vaca - Vestida De Uniforme” - Vivir dos veces)

CUIDADO com as integrais definidas:

$$\int_a^b f(g(x))g'(x)dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)du,$$

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) \Big|_a^b - \int_a^b g(x)f'(x)dx$$

SUBSTITUIÇÃO TRIGONOMÉTRICA:

- no caso $\sqrt{a^2 - x^2}$, substitua $x = a \sin(\theta)$, $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$;
- no caso $\sqrt{a^2 + x^2}$, substitua $x = a \tan \theta$, $\theta \in (-\pi/2, \pi/2)$;

ou $x = a \sinh(t)$, $t \in \mathbb{R}$;

- no caso $\sqrt{x^2 - a^2}$, substitua $x = a \sec \theta$, $\begin{cases} \theta \in [0, \frac{\pi}{2}), & \text{se } \frac{x}{a} \geq 1 \\ \theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi], & \text{se } \frac{x}{a} \leq -1 \end{cases}$;

ou $x = \pm a \cosh(t)$, $t > 0$.

MÉTODO DAS FRAÇÕES PARCIAIS:

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}, \quad P, Q \text{ polinômios}$$

Passo 1:

(a) Se $\text{grau}(P) < \text{grau}(Q)$, vá para o **Passo 2**.

(b) Se $\text{grau}(P) \geq \text{grau}(Q)$, então:

(b.1) dividir P por Q : $P(x) = S(x)Q(x) + R(x)$, $\text{grau}(R) < \text{grau}(Q)$.

(b.2) reescrever f na forma:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = S(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}, \quad \text{grau}(R) < \text{grau}(Q), \quad \text{e vá para o Passo 2.}$$

Passo 2:

Fatore o denominador $Q(x)$ como produto de fatores lineares e fatores quadráticos irredutíveis.

Passo 3:

Expresse a função $\frac{P(x)}{Q(x)}$ – do Passo 1(a) – ou $\frac{R(x)}{Q(x)}$ – do Passo 1(b) – como uma soma de frações parciais com termos na forma $\frac{A_p}{(\alpha x + \beta)^p}$, $p = 1, \dots, r$ ou $\frac{A_q x + B_q}{(ax^2 + bx + c)^q}$, $q = 1, \dots, s$, onde r e s são respectivamente o número de vezes que os termos linear e quadrático aparecem na decomposição, conforme descrito em aula.

Passo 4: Resolva o sistema para encontrar as constantes A 's, B 's, etc.

Passo 5: Integre.

Para ver roteiro de como integrar cada tipo de fração parcial, veja o **Slide 2 - Técnicas de Integração**.