$2.^A$ LISTA DE EXERCÍCIOS DE SMA-301 - CÁLCULO I

Professora: Sueli M. Tanaka Aki - Turmas 2 e 9 - 2015

Exercício 1. Um objeto é lançado verticalmente do chão para cima com velocidade inicial de $112\, m/s$ e a altura atingida no instante t segundos é $f(t) = 112t - 16t^2$ metros. Pergunta-se:
a) Quais as velocidades do objeto nos instantes $t = 2$, $t = 3$ e $t = 4$ segundos?
b) Em que instante o objeto alcança a altura máxima?
c) Em que instante o objeto atinge o chão?
d) Com que velocidade o objeto atinge o chão?

Exercício 2. Um carro está a $16t^{3/2} - 24t + 16$ quilômetros a leste de um referencial fixo no instante t horas. Pergunta-se:
a) Qual a velocidade do carro no instante $t = 1/4$ horas e qual é o sentido em que ele se move?
b) Onde está o carro quando sua velocidade é zero?

Exercício 3. Em cada um dos itens abaixo, encontre, se existir, a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x)$ nos pontos $P = (x_0, f(x_0))$ especificados:

a) $f(x) = 5x + 4,\ P_1 = (2, 14)$ *e* $P_2 = (1, 9)$ *b)* $f(x) = 3x^2 - 5x + 4,\ P_1 = (0, 4)$ *e* $P_2 = (1, 2)$

c) $f(x) = \operatorname{sen} x,\ P = (0, 0)$ *d)* $f(x) = x \cos x,\ P = (\pi/2, 0)$

Exercício 4. Determine as abscissas dos pontos do gráfico de $y = x^3 + 2x^2 - 4x + 5$ nas quais a tangente é: a) horizontal b) paralela à reta $2y + 8x - 5 = 0$

Exercício 5. Determine o ponto P do gráfico de $y = \sqrt{2x - 4}$ tal que a tangente em P passe pela origem.

Exercício 6. Calcule a derivada das seguintes funções :

a) $f(t) = 37,$ *b)* $g(x) = 17x - 65$ *c)* $H(u) = u^3 + u$

d) $F(v) = (17v - 5)^{1000}$ *e)* $g(z) = (1 + \sqrt{z})^2$ *f)* $g(u) = \dfrac{6}{u^2}$

g) $G(t) = [(1 + \dfrac{1}{t})^{-1} + 1]^{-1}$ *h)* $F(x) = \dfrac{\cos(x)\operatorname{cotg}(x)}{\sec(x) - \cos(x)}$ *i)* $f(x) = sen(9x + 4)$

j) $f(x) = cos(\dfrac{x}{2})$ *k)* $f(x) = cossec(x^2 + 4)$ *l)* $f(x) = sen(2x + 3)^4$

m) $f(x) = sec(\sqrt{x - 1})$ *n)* $f(x) = sen(\sqrt{x}) + \sqrt{sen(x)}$ *o)* $f(x) = tg^2(x)\, sec^3(x)$

p) $f(x) = \dfrac{2\cos(x)}{x^2 + \frac{1}{2}x + 1}$ *q)* $f(x) = \dfrac{x^3 \sec(x)\operatorname{tg}(x)}{(x^2 + 1)\cos(x)}$

Exercício 7. Verifique se as funções abaixo são diferenciáveis no ponto $x = 2$.

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{, se } x \leq 2 \\ x + 2 & \text{, se } x > 2 \end{cases}$ *b)* $f(x) = \begin{cases} x\operatorname{sen}(\pi x) & \text{, se } x \leq 2 \\ (x^2 + 1)\cos(\pi x) & \text{, se } x > 2 \end{cases}$

Exercício 8. Considere a função $f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen}(\frac{1}{x}) & \text{, se } x \neq 0 \\ 0 & \text{, se } x = 0 \end{cases}$. Encontre $f'(x)$, para todo $x \in R$.Pergunta-se: f' é contínua em R?

Exercício 9. Calcular $f'(x)$ nos seguintes casos:

a) $f(x) = \text{arctg}(12x - 7)$ *b)* $f(x) = \text{arcsen}\left(\dfrac{3x+1}{x}\right)$ *c)* $f(x) = \arccos\left(\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)$

d) $f(x) = \sqrt{1+\sqrt{1+x}}$ *e)* $f(x) = \ln(x + \cos(x))$ *f)* $f(x) = e^{2x} \ln\left(x\,\text{sen}(x) + \dfrac{e^{-x}}{x^5+1}\right)$

g) $f(x) = e^{x^3 - \ln(x^2+1)}$ *h)* $f(x) = log_2(x^5)$

Exercício 10. Considere $f : R \to R$ definida por $f(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \\ x^2, & 1 \leq x \leq 9 \\ 27\sqrt{x}, & x > 9 \end{cases}$.

a) Determine os pontos $x \in R$ onde f é diferenciável.
b) Onde existe f^{-1}, isto é, a função inversa de f?
c) Determine os pontos onde f^{-1} é diferenciável e calcule $(f^{-1})'$ nesses pontos.

Exercício 11. Encontre, em cada um dos itens abaixo, $\dfrac{dy}{dx}$, onde $y = y(x)$ é dada implicitamente pelas equações abaixo:

a) $\cos^2(x + y) = 1/4$ *b)* $y^3 = \dfrac{x-y}{x+y}$ *c)* $(y^2 - 9)^4 = (4x^2 + 3x - 1)^2$

d) $x^3 + x^2y - 2xy^2 + y^3 - 1 = 0$ *e)* $\text{sen}(xy) + y - x^2 = 0$ *f)* $xy + 16 = 0$

g) $x\,\text{arctg}(x) + y^2 = 4$ *h)* $\sqrt{2x+y} + \sqrt{x+2y} = 6$ *i)* $\text{senh}(x^2y) + \cosh(y^2 - \cos(xy)) = 2$

Exercício 12.
a)Determine A, B, e C de modo que as curvas $y = x^2 + Ax + B$ e $y = Cx - x^2$ sejam tangentes uma a outra no ponto $(1, 0)$.
b) Encontre a equação da reta tangente e da reta normal à curva $y = x^3 - 2x^2 + 4$ no ponto $(2, 4)$.
c) Para que valores de M a reta $y = Mx$ é tangente ao círculo $y^2 + x^2 - 4x + 3 = 0$?
d) Encontrar as equações das retas tangentes à elipse $4x^2 + 9y^2 = 40$ cujos coeficientes angulares valem $-2/9$.

Exercício 13. Existem duas retas que passam por (-1,3) que são tangentes à curva $x^2 + 4y^2 - 4x - 8y + 3 = 0$. Encontre uma equação de cada uma das retas.

Exercício 14. Seja $x = \cos \omega t$, onde ω é constante. Mostre que $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$.

Exercício 15. A função diferenciável $y = f(x)$ é tal que para todo $x \in dom(f)$, o ponto $(x, f(x))$ é solução da equação $xy^3 + 2xy^2 + x = 4$. Calcule a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(1, f(1))$ sabendo que $f(1) = 1$.

Exercício 16. Um ponto P move-se ao longo da elipse $x^2+4y^2 = 1$. A abscissa x está variando a uma velocidade $\dfrac{dx}{dt} = \text{sen}\,4t$. Mostre que: (a) $\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{-x\,\text{sen}\,4t}{4y}$ (b) $\dfrac{d^2y}{dt^2} = -\dfrac{\text{sen}^2\,4t + 16xy^2 \cos 4t}{16y^3}$.