1 Recordação: curvas

Definição

Chamamos **Curva em $\mathbb{R}^n$**: uma função contínua $\gamma : I \to \mathbb{R}^n$ onde $I \subseteq \mathbb{R}$ é intervalo. Definimos:

- **Traço da curva**: a imagem
- **equação paramêtrica/vetorial da curva**: a lei $\gamma(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$
- Dizemos que a curva é **simples** se γ é injetora.
- Dizemos que a curva é **fechada** se $I = [a, b]$ e $\gamma(a) = \gamma(b)$.
- Dizemos que a curva é **fechada simples** se fechada e $\gamma|_{[a,b)}$ injetora.
- Dizemos que a curva é *derivável* se γ é derivável

Seja $p \in I$. Se γ é derivável em p e $\gamma'(p) \neq 0$ então

- $\gamma'(p)$ é um **vetor tangente ao traço**, no ponto $\gamma(p)$
- $\widehat{\mathbf{t}}(p) = \gamma'(p)/\left\|\gamma'(p)\right\|$ é um **vetor unitário tangente ao traço**, no ponto $\gamma(p)$.
- assim, o traço da curva (reta) $\mathbf{r}(t) = \gamma(p) + \widehat{\mathbf{t}}(p)t$ é uma **reta tangente ao traço de γ** no ponto $\gamma(p)$.
- Dizemos que a curva é **regular** se γ é derivável e $\gamma' \neq 0$ em todo I: logo o traço possui reta tangente em todo ponto.

- *Interpretação cinemática*: $\gamma(t)$ pode representar o movimento de um corpo em $\mathbb{R}^n$: t representa o tempo e $\gamma(t)$ a posição. Neste caso γ' é a velocidade vetorial, γ'' é a aceleração vetorial.
- Dizemos que a curva é **parametrizada pelo comprimento de arco** quando $\|\gamma'\| = 1$ em todo ponto (traço percorrido com velocidade 1).

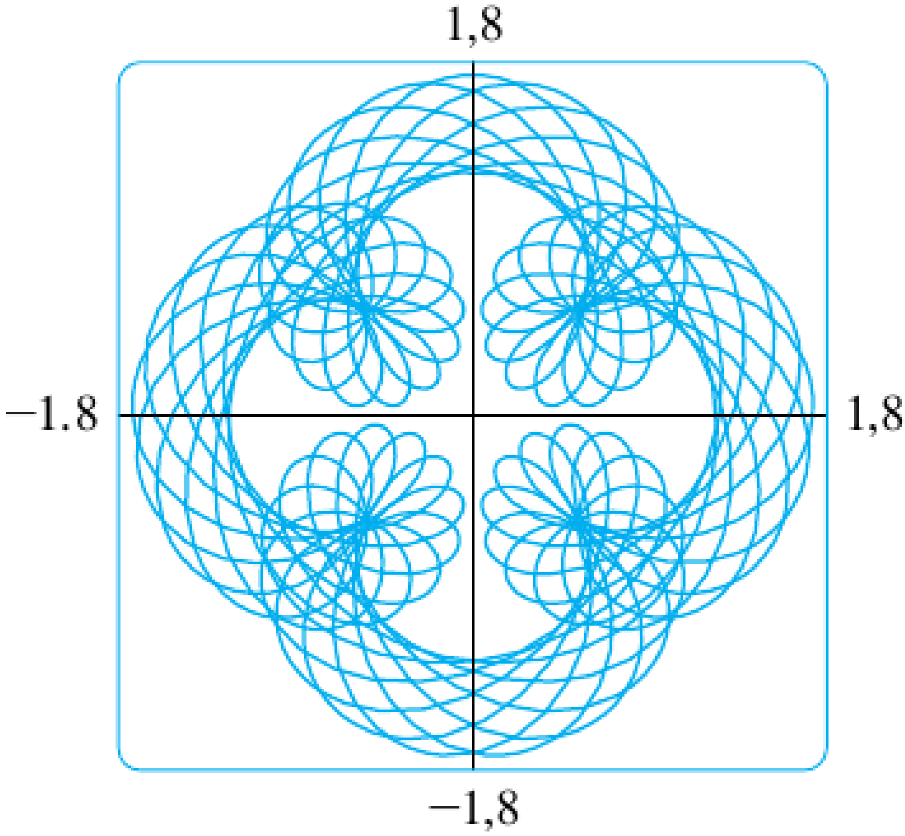

FIGURA 12

$$x = \operatorname{sen} t + \tfrac{1}{2}\operatorname{sen} 5t + \tfrac{1}{4}\cos 2{,}3t$$
$$y = \cos t + \tfrac{1}{2}\cos 5t + \tfrac{1}{4}\operatorname{sen} 2{,}3t$$

Figura 1: Stewart, Cálculo, vol.2: curva regular, não parametrizada pelo comprimento de arco, não simples e não fechada