SME0211 - Otimização Linear
Segundo semestre de 2016

Professora: Marina Andretta (andretta@icmc.usp.br)
Estagiário PAE: Valdemar Abrão Pedro Anastácio Devesse (valdemar.abrao@usp.br)

Primeiro trabalho

Grupos: o trabalho poderá ser feito em grupos de até 3 pessoas.
Data de entrega do relatório: até dia 7 de outubro de 2016, às 23h59min. Os trabalhos devem ser enviados por e-mail para a professora, com cópia para o estagiário PAE.

Enunciado

São sugeridos alguns problemas clássicos de otimização linear e você deve escolher um para estudar, modelar ou encontrar modelos prontos. Deve-se discutir a modelagem, as variáveis escolhidas, as restrições, suas relações com o problema modelado. Deve ser escrito um relatório claro, explicando o problema em si e todos os aspectos da modelagem estudados. Se alguma bibliografia for utilizada, ela deve ser explicitada no relatório.

Opção 1. Problemas de Transporte

Suponhamos que m armazéns (origens) contêm mercadorias a serem transportadas para n cidades (destinos). Especificamente, o i-ésimo armazém deve dispor exatamente de $a_i \geq 0$ de produtos, i.e, a_i é a capacidade do i-ésimo armazém, enquanto que a j-ésima cidade deve receber exatamente $b_j \geq 0$ produtos, assim, b_j é a demanda da j-ésima cidade. Assume-se que para este problema a demanda total é igual à capacidade total, isto é:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j = T, \quad a_i \geq 0, b_j \geq 0,$$

no qual o custo, c_{ij}, de transportar cada unidade do armazém i a cidade j é dado. Geralmente $c_{ij} \geq 0$, mas $c_{ij} < 0$ é também possível. Assim, o problema é determinar o número de unidades a ser transportado do armazém i a cidade j ao menor custo. Este problema pode ser matematicamente formulado do seguinte modo:

$$\begin{array}{rl}
\text{minimizar} & \sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\
\text{sujeita a} & \sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \quad i = 1, ..., m, \\
& \sum\limits_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad j = 1, ..., n, \\
& \quad x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, ..., m, \ j = 1, ..., n.
\end{array}$$

Descrição e formulação extraídos do livro Linear Programming de Dantzig & Thapa.

De várias derivações deste clássico problema, tem-se o problema de designação, o problema de caminho mais curto, problema de caixeiro viajante e problema de roteamento de veículos, entre outros.

Sugestões para esta opção

1. Descrição extraída e traduzida do artigo **Medical doctor rostering problem in a hospital emergency department by means of genetic algorithms**, Computers & Industrial Engineering, Puente *et al.*, 2009, v. 56, nr. 4, p. 1232-1242.

   Este problema é fortemente restrito à alocação de recursos e na literatura se considera que existem dois tipos de restrições: fortes e fracas. As fortes consideram majoritariamente restrições de cobertura, enquanto que as fracas são lidam com requisitos de tempo na alocação de pessoal. O objetivo é sempre alocar recursos satisfazendo as restrições fortes visando soluções de alta qualidade pela satisfação de restrições fracas. As restrições fortes neste problema são as seguintes:

   H1 Um número mínimo de médicos deve ser alocado a cada turno de trabalho. Como regra geral para os dias comuns de trabalho, diferentes médicos serão alocados aos diferentes turnos: quatro membros serão alocados ao da manhã (M), quatro ao da tarde (T), dois ao da noite (N) e um fará um plantão (P) de 24h. Aos sábados, domingos e feriados o efetivo de médicos é alocado ao plantão de final de semana (H) onde geralmente quatro membros do efetivo trabalham ininterruptamente por 24h. A satisfação desta restrição garante uma assistência adequada e de qualidade aos pacientes do departamento de emergências do hospital em estudo.

   H2 Sempre que um plantão for cumprido pelo grupo de quatro médicos, pelo menos dois deles devem pertencer a categoria de médicos com permanentes. Esta restrição visa melhor qualidade no atendimento, graças a elevado nível de experiência dos médicos na resolução de incidentes.

   H3 Qualquer membro do efetivo for alocado a um plantão de 24h, seja (P) ou (H) ou a uma noite descansará no dia seguinte, i.e, tem direito a folga. Esta restrição assegura um período adequado de descanso ao médico de acordo com os requisitos legais de segurança de trabalho.

   H4 Restrições relativas a períodos de doença e férias devem ser satisfeitas.

   As restrições fracas são:

   S1 Cada médico deve estar de plantão não mais que três vezes ao mês, sendo 1 deles (P), se possível. O ideal é que o número de plantões do tipo (P) seja 1 e o de plantões H seja 2.

   S2 Todos os médicos devem trabalhar o mesmo número de sábado e domingos por mês.

   S3 Os médicos devem estar no mesmo turno durante a semana. Isto deve ser tomado por conta da restrição **H3** que no caso de turnos noturnos tem-se dias de alocação alternados.

   S4 A mesma ordem de turnos de uma semana a outra, baseado no padrão manhã, tarde e noite deve ser mantida.

   S5 O plantão (P) de 24h deve ser anexo a turnos noturnos.

   S6 É desejável alocar um médico ao turno da manhã no dia anterior ao da alocação do plantão.

   S7 O número dos diferentes turnos deve ser partilhado entre os médicos de forma mais justa e igualitária possível.

S8 Médicos temporários serão alocados o menos possível.

S9 Médicos temporários serão somente alocados aos turnos de plantão, sejam (P) ou (H).

As restrições acima implicam uma pequena variação do problema de rodízio, não muito comum na literatura. Sua complexidade, quando comparada a um problema mais tradicional, reside em aspectos que tornam a alocação dos médicos substancialmente diferentes de alocação outros recursos. Por exemplo, médicos são alocados tanto a turnos e quanto a plantões de 24h, isto é, além de diferentes tarefas, médicos são alocados a diferentes categorias de tarefas. Ademais, é interessante reparar que o rodízio de plantões é feito mensalmente e que a carga de trabalho deve ser equitativamente distribuida entre os médicos. Todos estes fatos, juntamente com o elevado número de restrições contribuem para difícil obtenção de soluções viáveis para o problema. Então, para ultrapassar estas dificuldades, um sistema de medida foi aplicado a cada uma destas restrições fracas e um ranking de sua importância para a solução foi estabelecida. Os pesos para as restrições fracas são dados na Tabela 1.

Tabela 1: Pesos das restrições fracas

Restrição	**Peso**	**Restrição**	**Peso**
S1	6	**S5**	10
S2	8	**S6**	6
S3	9	**S7**	3
S4	4	**S8**	2
S9	9		

2. Consulte o artigo **Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade.**, Revista Escola de Minas, Felippe Pereira da Costa *et al*, 2005, v. 58, n. 1, p. 77-81.

Na lista de alternativas apresentada acima ou encontradas na literatura:

- Selecione um dos problemas ou escolha um artigo de sua preferência, fazendo referência clara ao(s) autor(es), caso o encontre na literatura.
- Categorize-o na classe dos problemas de transporte, i.e, se de caminho mais curto, se de designação, roteamento de veículos, conforme o caso.
- Discuta restrição por restrição;
- Diga que conjunto de restrições precisa acrescentar ou remover para transformá-lo em outro problema, por exemplo, se é de roteamento de veículos o que faria para transformá-lo em problema de designação e vice-versa.
- Considere incluir variáveis discretas, se necessário, e discuta o peso de sua inclusão à formulação.

Opção 2. Outros problemas

Os problemas de mistura, planejamento de produção e de corte e empacotamento são bem conhecidos e foram abordados nesta disciplina.

Sugestões para esta opção

1. Consulte o artigo **Um modelo baseado em programação linear e programação de metas para análise de um sistema de produção e distribuição de suco concentrado congelado de laranja.**, Gestão & Produção, José Renato Munhoz e Reinaldo Morabito, 2001, v.8, p. 139-159.

2. Consulte o artigo **Otimização no dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção: estudo de caso numa fábrica de rações.**, Gestão & Produção, Eli Angela Vitor Toso e Reinaldo Morabito, 2005, v.12, p.203-217 - Contém variáveis discretas.

3. Consulte o artigo **Dimensionamento de lotes e programação do forno numa fundição automatizada de porte médio.**, Pesquisa Operacional, Silvio Alexandre de Araújo e Marcos Nereu Arenales, 2003, v.23, n.3, p.403-420 - Contém variáveis discretas.

Na lista de alternativas apresentada acima ou encontradas na literatura:

- Escolha um dos problemas ou escolha um artigo de sua preferência, fazendo referência clara ao(s) autor(es), caso ache na literatura.

- Discuta sobre a formulação matemática e considere a exclusão ou inclusão de novas restrições, para torná-la mais genérica ou específica.

- Considere incluir variáveis discretas, se necessário, e discuta o peso de sua inclusão à formulação.