SME0211 - Otimização Linear
Segundo semestre de 2016

Professora: Marina Andretta (andretta@icmc.usp.br)
Estagiário PAE: Valdemar Abrão Pedro Anastácio Devesse (valdemar.abrao@usp.br)

Lista de exercícios 6

Os exercícios foram retirados do livro Introduction to Linear Optimization, de D. Bertsimas e J. N. Tsitsiklis.

1. Considere o poliedro na forma padrão $P = \{x \mid Ax = b, x \geq 0\}$, com $A \in I\!R^{m \times n}$ com linhas linearmente independentes. Para cada uma das afirmações a seguir, diga se ela é falsa ou verdadeira. Caso seja falsa, mostre um contra-exemplo. Se for verdadeira, prove.
a) Se $n = m + 1$, então P tem no máximo duas soluções básicas viáveis.
b) O conjunto de todas as soluções ótimas é limitado.
c) Em toda solução ótima, não mais de m variáveis podem ser positivas.
d) Se existe mais de uma solução ótima, então existem infinitas soluções ótimas.
e) Se há várias soluções ótimas, então existem ao menos duas soluções básicas viáveis que são ótimas.
f) Considere o problema de minimizar $\max\{c^T x, d^T x\}$ restrita ao conjunto P. Se este problema tem uma solução ótima, ele deve ter uma solução ótima que é um ponto extremo de P.

2. Seja P um poliedro limitado de $I\!R^n$ e seja a um vetor em $I\!R^n$ e b um escalar. Definimos $Q = \{x \in P \mid a^T x = b\}$. Mostre que todo ponto extremo de Q ou é um ponto extremo de P ou uma combinação convexa de dois pontos extremos adjacentes de P.