# SME0211 - Otimização Linear
# Segundo semestre de 2016

**Professora**: Marina Andretta (andretta@icmc.usp.br)
**Estagiário PAE**: Valdemar Abrão Pedro Anastácio Devesse (valdemar.abrao@usp.br)

## Lista de exercícios 4

O segundo exercício foi retirado do livro Introduction to Linear Optimization, de D. Bertsimas e J. N. Tsitsiklis.

**1.** Considere o poliedro $P = \{x \mid Ax = b, x \geq 0\}$, com

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -3 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

**a)** Calcule uma solução básica. Deixe claro todos os passos usados.
**b)** A solução básica calculada no item (a) é viável? Justifique.

**2.** (Teorema de Carathéodory) Seja $A_1, ..., A_n$ uma coleção de vetores em $I\!R^m$.
**a)** Seja

$$C = \left\{ \sum_{i=1}^{n} \lambda_i A_i \mid \lambda_1, ..., \lambda_n \geq 0 \right\}.$$

Mostre que todo elemento de $C$ pode ser escrito na forma $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i A_i$, com $\lambda_i \geq 0$, e com no máximo $m$ coeficientes $\lambda_i$ não-nulos.

Dica: Considere o poliedro

$$\Lambda = \left\{ (\lambda_1, ..., \lambda_n) \in I\!R^n \mid \sum_{i=1}^{n} \lambda_i A_i = y, \lambda_1, ..., \lambda_n \geq 0 \right\}.$$

**b)** Seja $P$ o casco convexo dos vetores $A_i$:

$$P = \left\{ \sum_{i=1}^{n} \lambda_i A_i \mid \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1, \lambda_1, ..., \lambda_n \geq 0 \right\}.$$

Mostre que todo elemento de $P$ pode ser escrito na forma $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i A_i$, com $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$ e $\lambda_i \geq 0$, para todo $i$, e com no máximo $m + 1$ coeficientes $\lambda_i$ não-nulos.