SME0211 - Otimização Linear
Segundo semestre de 2016

Professora: Marina Andretta (andretta@icmc.usp.br)
Estagiário PAE: Valdemar Abrão Pedro Anastácio Devesse (valdemar.abrao@usp.br)

Lista de exercícios 3

Todos os exercícios foram retirados do livro Introduction to Linear Optimization, de D. Bertsimas e J. N. Tsitsiklis.

1. Mostre que os vetores em uma dada coleção finita são linearmente independentes se, e somente se, nenhum de seus vetores pode ser expresso como uma combinação linear dos demais.

2. Suponha que seja dado um conjunto de vetores em $\mathbb{R}^n$ que formem uma base e seja y um vetor arbitrário em $\mathbb{R}^n$. Queremos expressar y como uma combinação linear dos vetores da base. Como isso pode ser feito?

3. Seja $S = \{Ax | x \in \mathbb{R}^n\}$, com A uma matriz dada. Mostre que S é um subespaço de $\mathbb{R}^n$.

4. Suponha que S seja um subespaço próprio de $\mathbb{R}^n$. Mostre que existe uma matriz B tal que $S = \{y \in \mathbb{R}^n | By = 0\}$. Dica: use vetores ortogonais a S para montar a matriz B.

5. Suponha que V seja um subespaço afim m-dimensional de $\mathbb{R}^n$, com $m < n$. Mostre que existem vetores linearmente independentes $a_1, ..., a_{n-m}$ e escalares $\alpha_1, ..., \alpha_{n-m}$ tais que

$$V = \{y | a_i^T y = \alpha_i, i = 1, ..., n-m\}.$$