SME0211 - Otimização Linear
Segundo semestre de 2016

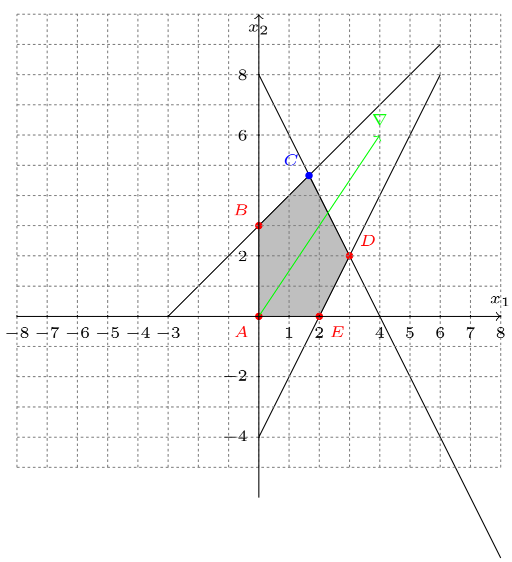
Professora: Marina Andretta (andretta@icmc.usp.br)
Estagiário PAE: Valdemar Abrão Pedro Anastácio Devesse (valdemar.abrao@usp.br)

Lista de exercícios 2 - gabarito

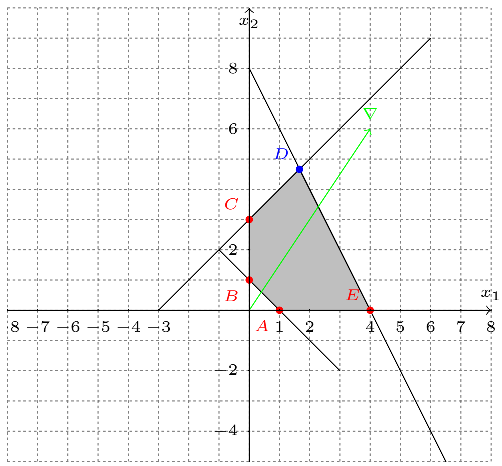
1. Considerando o problema:

$$
\begin{array}{rrl}
\text{maximizar} & 4x_1 + 6x_2 & \\
\text{sujeita a} & 2x_1 + x_2 & \leq 8, \\
 & -x_1 + x_2 & \leq 3, \\
 & 2x_1 - x_2 & \leq 4, \\
 & x_1 & \geq 0, \\
 & x_2 & \geq 0.
\end{array}
$$

a) A figura apresentada corresponde à solução gráfica do exercício. O ponto C é a solução ótima para o problema.



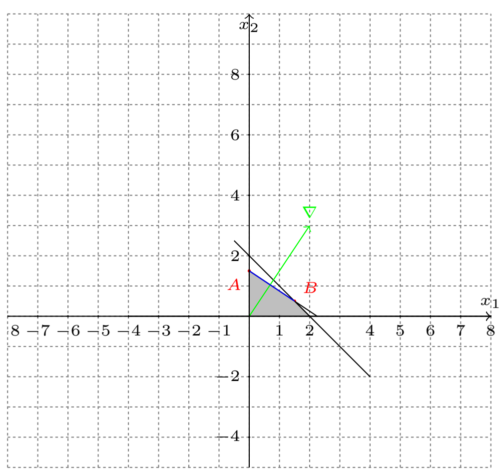
b) Os vértices da região factível são $A = (0, 0)$, $B = (0, 3)$, $C = (1.66, 4.66)$, $D = (3, 2)$ e $E = (2, 0)$.
c) Após a substituição temos o gráfico abaixo e o ponto ótimo mantém-se o mesmo:



2. Considerando o problema:

$$
\begin{array}{rrl}
\text{maximizar} & 2x_1 + 3x_2 & \\
\text{sujeita a} & x_1 + x_2 & \leq 2, \\
 & 4x_1 + 6x_2 & \leq 9, \\
 & x_1 & \geq 0, \\
 & x_2 & \geq 0.
\end{array}
$$

a) A figura apresentada corresponde à solução gráfica do exercício. Em azul encontramos a reta que tem soluções ótimas.



b) Dois pontos extremos ótimos são $A = (1.5, 0.5)$ e $B = (0, 1.5)$ e o valor da função objetivo é 4.5.
c) Uma classe infinita $\mathbb{C}$ de soluções ótimas pode ser definida por

$$\mathbb{C} = \{4x_1 + 6x_2 = 9 \mid 0 \leq x_1 \leq 3.5 \text{ e } 0.5 \leq x_2 \leq 1.5\}.$$

3.
a) O conjunto de soluções da função objetivo e seu valor podem ser alterados se a restrição fizer parte das restrições ativas. Caso contrário, não sofre alteração.

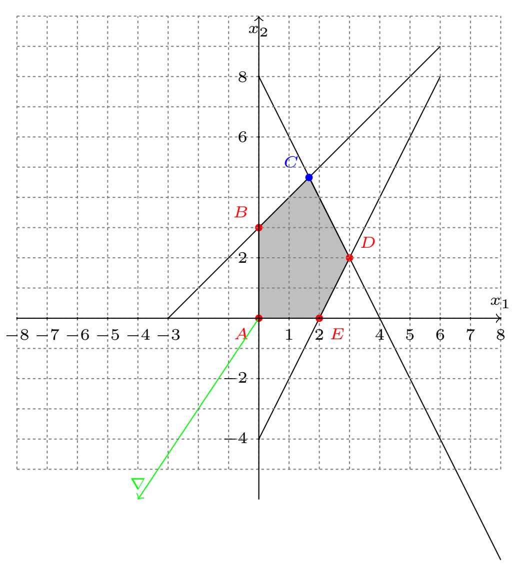
b) Sobre a região viável podemos verificar algumas condições.

- **Caso 1**: Adicionar unidade à restrição pode fazer com que a região viável aumente.
- **Caso 2**: Adicionar unidade à restrição pode fazer com que a região viável não se altere.
- **Caso 3**: Adicionar unidade à restrição pode fazer com que a região viável se torne menor, restringindo assim o espaço de busca.

Exemplo 1. Consideremos:

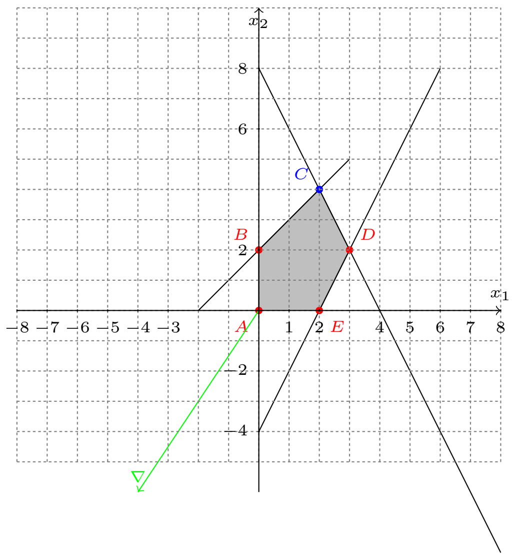
$$\begin{array}{rrl} \text{minimizar} & -4x_1 - 6x_2 & \\ \text{sujeita a} & -2x_1 - x_2 & \geq -8, \\ & x_1 - x_2 & \geq -3, \\ & -2x_1 + x_2 & \geq -4, \\ & x_1 & \geq 0, \\ & x_2 & \geq 0. \end{array}$$

Inicialmente temos o seguinte gráfico sem considerar a adição de unidade à segunda inequação.



Ao adicionar uma unidade a uma restrição ativa, temos

$$
\begin{array}{rrl}
\text{minimizar} & -4x_1 - 6x_2 & \\
\text{sujeita a} & -2x_1 - x_2 & \geq -8, \\
& x_1 - x_2 & \geq -2, \\
& -2x_1 + x_2 & \geq -4, \\
& x_1 & \geq 0, \\
& x_2 & \geq 0.
\end{array}
$$

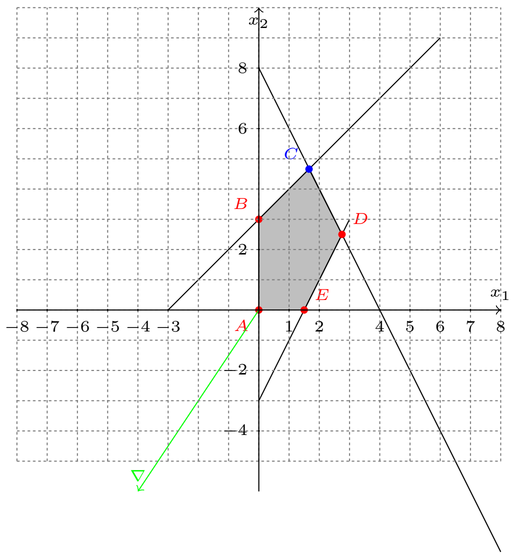


Note que a região viável diminui, bem como se altera o valor da função objetivo no ótimo.

Exemplo 2. Considere o problema

$$
\begin{array}{rrl}
\text{minimizar} & -4x_1 - 6x_2 & \\
\text{sujeita a} & -2x_1 - x_2 & \geq -8, \\
& x_1 - x_2 & \geq -3, \\
& -2x_1 + x_2 & \geq -3, \\
& x_1 & \geq 0, \\
& x_2 & \geq 0.
\end{array}
$$

Adicionando unidade a uma restrição inativa, temos



Note que a região viável diminui, mas nenhuma alteração ocorre no valor da função objetivo.

Também há situações em que temos restrições inativas, cuja alteração pode fazer com que a região viável aumente.