Prova Substitutiva - SMA 353 - Cálculo I

Professor: Alexandre Nolasco de Carvalho

Questão	Nota
01.ª	
02.ª	
03.ª	
04.ª	
Total	

Nome: ______________________________

Número USP: ______________________________

29.11.2023

Instruções:

- Nas questões com duas alternativas escolha uma marcando a caixa com um **X** ($\boxed{\mathbf{X}}$).
- Para questão escolhida assinale com V ou F em todos os 05 itens.
- Justifique um dos itens de cada questão escolhida (prova ou contra-exemplo).
- Cada questão vale 2.5 pontos, desses 1.0 é o valor da justificativa do item escolhido.
- A prova é individual e sem consulta. Boa prova!

☐ **Questão 1**a. Considere a função $f(x)=(x+1)^3(8x^2+21x-7)+207$. É correto afirmar que:

Item	VouF
(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	

(1) f cresce em $(-\infty,-\frac{5}{2}]\cup[0,\infty)$ e decresce no intervalo $[-\frac{5}{2},0]$

(2) f tem 2 extremos locais e não tem extremos globais.

(3) f tem dois pontos de inflexão no intervalo $[-1,0)$.

(4) f tem concavidade para baixo em $(-\infty,-\frac{5}{2}]$.

(5) f tem quatro pontos de inflexão.

☐ **Questão 1**b. Considere as afirmações.

Item	V ou F
(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	

(1) O polinômio x^9-x^5+x+10 tem somente uma raiz real.

(2) Suponha f'' seja contínua em $\mathbb{R}$ e tal que $f''(x)>0$ para todo $x\in\mathbb{R}$. Então pode-se afirmar que f tem no máximo um ponto crítico.

(3) A função $x|x|$ é derivável em todos os ponto de $\mathbb{R}$.

(4) Seja $a>0$ e $f:(-a,a)\to\mathbb{R}$ uma função ímpar e derivável. Então $f(0)=0$ e f' é uma função par.

(5) Seja $a>0$ e $f:(-a,a)\to\mathbb{R}$ uma função par e derivável. Então $f'(0)=0$ e f' é uma função ímpar.

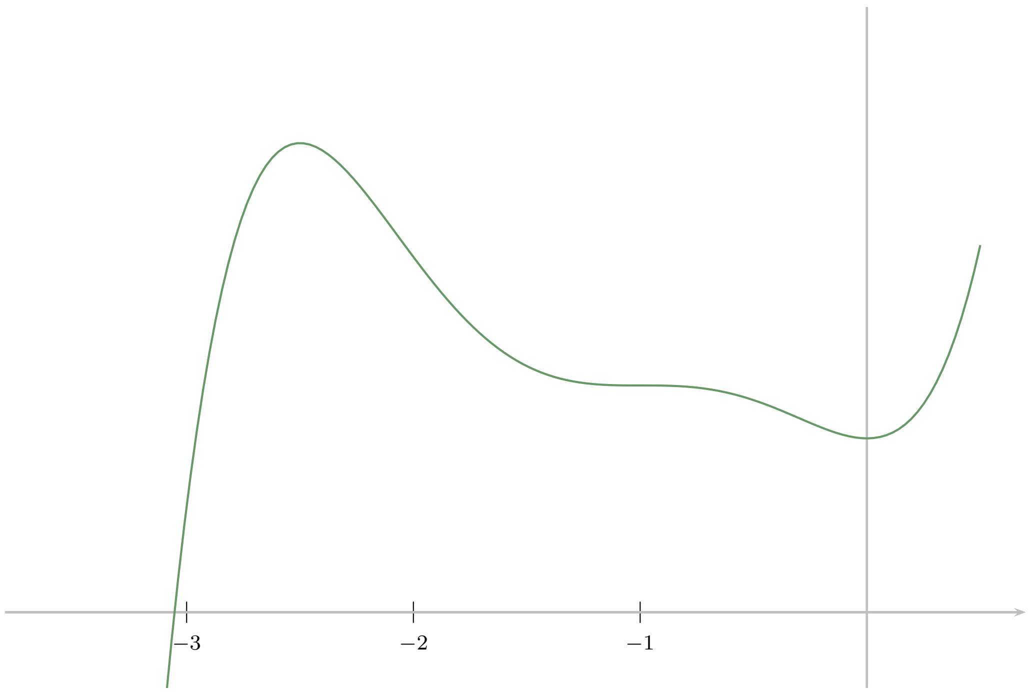

Figura: Gráfico da Função $q : [x_1, x_8] \to \mathbb{R}$

2.ª Questão. Acima vemos o gráfico de uma função com derivada de primeira e segunda ordem contínuas definida em um intervalo $[a, b]$. Considere as seguintes afirmações

Item	VouF
(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	

(1) O ponto de máximo da função é um ponto crítico.

(2) A derivada no ponto $x = -2$ é negativa.

(3) Próximo ao ponto $x = -3$ esta função é decrescente.

(4) O ponto de mínimo da função é um ponto crítico.

(5) Próximo ao ponto $x = -2,5$ esta função tem concavidade voltada para baixo.

Questão 3a . Se $f : \mathbb{R} \to (0, \infty)$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ duas funções diferenciáveis, então

ITEM	V OU F
(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	

(1) A reta $y = \frac{1}{4}$ é uma assíntota horizontal de $f(x) = \frac{x^4-2x+1}{4x^4+3x+2}$.
(2) A reta $y = 0$ é uma assíntota horizontal de $f(x) = \frac{2x^3+1}{x^4+2x+3}$.
(3) As retas $y = x$ e $y = -x$ são assíntotas oblíquas de $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^3+2x-1}}{\sqrt{x^2+x+1}}$.
(4) A reta $y = \frac{1}{2}$ é uma assíntota horizontal de $f(x) = \left(\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x-1}\right)$.
(5) A função $f(x) = \frac{x^6-2x+1}{4x^4+3x+2}$ não tem assíntotas horizontais ou oblíquas.

Questão 3b. Sabendo-se que $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)}{1-x^3} = 6$ e $\lim_{x\to 1} \frac{g(x)}{1-x} = -10$, é correto afirmar que:

ITEM	V OU F
(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	

(1) Nada se pode afirmar sobre $\lim_{x\to 1} f(x) \cos\left(\frac{1}{x-1}\right)$ e $\lim_{x\to 1} \frac{g(x)}{1-x^2}$.
(2) $\lim_{x\to 1} g(x) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x-1}\right) = 0$ e $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)}{g(x)} = -3/5$.
(3) Nada se pode afirmar sobre $\lim_{x\to 1} g(x) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x-1}\right)$ e $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)}{g(x)}$.
(4) $\lim_{x\to 1} f(x) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x-1}\right) = 0$ e $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)}{g(x)} = -9/5$.
(5) $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)}{1-x} = 18$.

Questão 4a. Sejam $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ e $g : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ funções diferenciáveis quaisquer, onde $f(x) > 0$ para todo $x \in (0, \infty)$. Considere as afirmações

Item	V ou F
(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	

(1) $\left(e^{f(x)}\right)' = e^{f(x)}$.

(2) $\left(f(x)^{g(x)}\right)' = g(x)f(x)^{g(x)-1}$.

(3) $(f(x)^x)' = f(x)^x[\ln(f(x)) + x\frac{f'(x)}{f(x)}]$

(4) Se $f(x) = (1+5x)^{\frac{1}{4\ln(x)}}$ então $\lim_{x\to\infty} f(x) = e^{\frac{1}{4}}$

(5) $\operatorname{arctg}(x^3+x) + 2$ é uma das primitivas de $f(x) = \frac{3x^2+1}{1+(x^3+x)^2}$

Questão 4b.

Item	V ou F
(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	

(1) $\displaystyle\int \frac{\sec^2 x}{3 + 2\operatorname{tg} x} dx = \frac{1}{4}\ln|3 + 2\operatorname{tg}(x)| + k$

(2) $\displaystyle\int 3^{2x} dx = \frac{1}{2\ln(3)} 3^{2x} + k$

(3) $\displaystyle\int \sec^2 x \operatorname{tg}^2 x dx = \frac{1}{6}\operatorname{tg}(x)^3 + k$

(4) O polinômio de Taylor de ordem 6 em torno da origem de $f(x) = \cos(x)$ é $p(x) = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \frac{1}{6!}x^6$.

(5) O polinômio de Taylor de ordem 10 em torno da origem de $f(x) = (x+1)^4$ é $p(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^3 + 4x + 1$