$1^{\underline{a}}$ Lista de Exercícios de SMA-332- Cálculo II

1. Para cada um dos seguintes conjuntos $A \subset \mathbb{R}$, determine $int(A)$, $\overline{A}$, $int(\overline{A})$ e $\overline{int(A)}$:
   a) $A = \mathbb{Z}$;
   b) $A = \mathbb{Q} \cap\,]0,1[$;
   c) $\{-1\} \cup \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, ...\right\}$;
   d) $A =]0,1] \cup \left\{\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, ...\right\}$.
2. Verifique que são fechados os seguintes conjuntos:
   a) $\mathbb{Z}$ em $\mathbb{R}$
   b) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x, y \geq 0\}$, no $\mathbb{R}^2$
3. Determine o conunto dos pontos de acumulação de:
   a) $\mathbb{Z}$ no espaço $\mathbb{R}$;
   b) $A = \mathbb{Q} \cap\,]0,1[$ em $\mathbb{R}$;
   c) $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ em $\mathbb{R}^2$;
   d) $\mathbb{Z} \times \mathbb{Q}$ em $\mathbb{R}^2$.
4. Verifique que o único ponto de acumulação de $A = \left\{1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{4}, ...\right\}$ é o ponto 0.
5. Considere o conjunto
$$A = \left\{\frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{N},\ q \neq 0 \text{ e } q < n\right\}$$
   onde $n \in N^*$. Seja $f(x) = \{\cos(n!\pi x)\}^{2n} - 1$ Se $f(A)$ denota a imagem do conjunto A pela f. Determine:
   a) o fecho do conjunto
$$[\mathbb{Q}^* \cup f(A)] \cap \mathbb{Z};$$
   b) o interior do conjunto
$$f(A) \cup [-1,0[\, \cup\,]0,1[;$$
   c) o conjunto dos pontos de acumulação de
$$\left\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\right\} \cup f(A).$$