□ 0	□ 0	□ 0	□ 0	□ 0	□ 0	□ 0	□ 0
□ 1	□ 1	□ 1	□ 1	□ 1	□ 1	□ 1	□ 1
□ 2	□ 2	□ 2	□ 2	□ 2	□ 2	□ 2	□ 2
□ 3	□ 3	□ 3	□ 3	□ 3	□ 3	□ 3	□ 3
□ 4	□ 4	□ 4	□ 4	□ 4	□ 4	□ 4	□ 4
□ 5	□ 5	□ 5	□ 5	□ 5	□ 5	□ 5	□ 5
□ 6	□ 6	□ 6	□ 6	□ 6	□ 6	□ 6	□ 6
□ 7	□ 7	□ 7	□ 7	□ 7	□ 7	□ 7	□ 7
□ 8	□ 8	□ 8	□ 8	□ 8	□ 8	□ 8	□ 8
□ 9	□ 9	□ 9	□ 9	□ 9	□ 9	□ 9	□ 9

Nome

____

Pseudônimo

____

Questão [`seqsubseq`] Sejam $(a_n)_{n\geq 1}$ uma sequência qualquer e $(a_{f(n)})_{n\geq 1}$ uma subsequência qualquer de $(a_n)_{n\geq 1}$. Qual das seguintes alternativas é verdadeira?

- ■ Se $(a_n)_{n\geq 1}$ é crescente e $(a_{f(n)})_{n\geq 1}$ é limitada superiormente, então $(a_n)_{n\geq 1}$ é limitada.
- □ $(a_{f(n)})_{n\geq 1}$ é necessariamente monótona.
- □ Se $(a_{f(n)})_{n\geq 1}$ converge, então $(a_n)_{n\geq 1}$ é de Cauchy.
- □ Se $(a_{f(n)})_{n\geq 1}$ é crescente, então $(a_n)_{n\geq 1}$ também é crescente.
- □ Se $(a_n)_{n\geq 1}$ é de Cauchy, então $(a_{f(n)})_{n\geq 1}$ é monótona.
- □ As outras alternativas estão incorretas.

Questão [`somatelescopica`] A série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2k^2 + 14k + 24}$$

tem como soma:

- ■ 1/8.
- □ 1.
- □ 1/2.
- □ 2.
- □ 1/4.
- □ As outras alternativas estão incorretas.

Questão [potenciadois] Seja $\{a_1, a_2, a_3, \ldots\}$ a sequência

$$\{1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, \ldots\},$$

ou seja:

$$a_n \overset{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, \text{ se } n = 2^k \text{ para algum } k \in \mathbb{Z} \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}.$$

Qual das seguintes alternativas é verdadeira?

- ■ $\liminf a_n - \limsup a_n = -1$.
- ☐ $(a_n)_{n\geq 1}$ é de Cauchy.
- ☐ $\liminf a_n = 0 = \limsup a_n$.
- ☐ $(a_n)_{n\geq 1}$ converge para 1.
- ☐ As outras alternativas estão incorretas.
- ☐ $(a_n)_{n\geq 1}$ não possui nenhuma subsequência convergente.

Questão [integral] Para cada $n \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$, considere a função $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f_n(x) \overset{\text{def}}{=} \begin{cases} n(1 + nx), \text{ se } x \in [-1/n, 0] \\ n(1 - nx), \text{ se } x \in [0, 1/n] \\ 0, \text{ se } |x| > 1/n \end{cases}.$$

Seja $(a_n)_{n\geq 1}$ a sequência dada por

$$a_n \overset{\text{def}}{=} \int_{\mathbb{R}} f_n.$$

Qual das seguintes alernativas é verdadeira?

- ■ $a_n \xrightarrow{n\to\infty} 1$.
- ☐ $a_n \xrightarrow{n\to\infty} 0$.
- ☐ $a_n \xrightarrow{n\to\infty} +\infty$.
- ☐ $a_n \xrightarrow{n\to\infty} 2$.
- ☐ $a_n \xrightarrow{n\to\infty} 1/2$.
- ☐ As outras alternativas estão incorretas.

Questão [shift] Seja $\mathbb{R}^{\mathbb{Z}_{\geq 1}}$ o conjunto de todas as sequências de números reais. Considere a função $\mathcal{S} : \mathbb{R}^{\mathbb{Z}_{\geq 1}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{Z}_{\geq 1}}$ dada por

$$\mathcal{S}(\{a_1, a_2, a_3, \ldots\}) \overset{\text{def}}{=} \{0, a_1, a_2, a_3, \ldots\}$$

Faça $\mathcal{S}_1 \overset{\text{def}}{=} \mathcal{S}$ e, para cada $k \geq 2$, $\mathcal{S}_k \overset{\text{def}}{=} \mathcal{S} \circ \mathcal{S}_{k-1}$. Finalmente, dada $(a_n)_{n\geq 1} \in \mathbb{R}^{\mathbb{Z}_{\geq 1}}$, denote por $a_n^{(k)}$ o n-ésimo termo da sequência $\mathcal{S}_k((a_n)_{n\geq 1})$. Qual das seguintes alternativas é verdadeira? Considere $(a_n)_{n\geq 1}$ uma sequência qualquer.

- ■ Para qualquer $n \geq 1$ a sequência $(a_n^{(k)})_{k\geq 1}$ converge.
- ☐ Para qualquer $k \geq 1$, a sequência $\mathcal{S}_k((a_n)_{n\geq 1})$ converge.
- ☐ Se $((a_n)_{n\geq 1})$ converge, então existem N e $K \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$ tais que $\lim\limits_{n\to\infty} a_n^{(K)} = \lim\limits_{k\to\infty} a_N^{(k)}$.
- ☐ Existe $k^\star \geq 1$ tal que se $k \geq k^\star$ então $\mathcal{S}_k(((-1)^n/n)_{n\geq 1})$ é a sequência constante igual a zero.
- ☐ Existe $k^\star \geq 1$ tal que se $k \geq k^\star$ então a série definida por $\mathcal{S}_k((1/n)_{n\geq 1})$ converge.
- ☐ As outras alternativas estão incorretas.

Questão [leibniz] O teste de Leibniz garante que a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n}{10^n}$$

converge. Qual é o dígito que aparece na terceira casa decimal da soma dessa série?

☐ 1 ■ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 0

Questão [binomial] Seja $(a_n)_{n\geq 1}$ a sequência dada por

$$a_n \stackrel{\text{def}}{=} \binom{2n}{n}.$$

Com relação à série definida por $(1/a_n)_{n\geq 1}$, qual das seguintes alternativas é correta?

■ A série converge e tem soma $\in [2/3, 3/4]$.
☐ A série converge e tem soma $> 3/4$.
☐ A série converge e tem soma $< 2/3$.
☐ A série diverge para $+\infty$.
☐ As outras alternativas estão incorretas.

Questão [falsa] Qual das seguintes alternativas é falsa?

■ Se $a_n \stackrel{\text{def}}{=} n + (-1)^n \cdot n$, então $a_n \xrightarrow{n\to\infty} +\infty$.
☐ Se $a_n \xrightarrow{n\to\infty} -\infty$, então $-a_n \xrightarrow{n\to\infty} +\infty$.
☐ $\lim_{n\to\infty} n \cdot \log(1 + 1/n) = 1$.
☐ Se $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, então a sequência $\{0, a_1, 0, a_2, 0, a_3, \ldots\}$ também converge para 0.
☐ Se $(a_n)_{n\geq 1}$ é limitada, então $(a_n/n)_{n\geq 1}$ converge para 0.
☐ As outras alternativas estão incorretas.

Questão [senocosseno] Considere a sequência $(a_n)_{n\geq 1}$ dada por $a_n \stackrel{\text{def}}{=} \sin(\pi \cdot b_n)$, onde $(b_n)_{n\geq 1}$ é a sequência dada por $b_n \stackrel{\text{def}}{=} \cos(n\pi)$. Qual das seguintes alternativas é verdadeira?

■ $a_n \xrightarrow{n\to\infty} 0$.
☐ $a_n \xrightarrow{n\to\infty} +1$.
☐ $a_n \xrightarrow{n\to\infty} -1$.
☐ $a_n \xrightarrow{n\to\infty} \sin(-1)$.
☐ $a_n \xrightarrow{n\to\infty} \sin(+1)$.
☐ $(a_n)_{n\geq 1}$ não converge.
☐ As outras alternativas estão incorretas.

Questão [`geometrica`] Seja T um número real tal que $0 < T < 1$. Então $0 < 1 - T < 1$ também, e portanto

$$S(T) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{n=0}^{\infty} T^2 (1-T)^{2n} < \infty.$$

Qual das seguintes alternativas é verdadeira?

- ■ $\lim_{T \to 1^-} S(T) = 1.$
- □ $S(1/2) = 1/2.$
- □ $\lim_{T \to 1^-} S(T) = 0.$
- □ $\lim_{T \to 0^+} S(T) = +\infty.$
- □ As outras alternativas estão incorretas.